

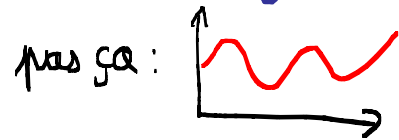
Qu'est-ce qu'un graphe?

INITINFO
Groupe B3

Titre de la note

Ce fut le célèbre mathématicien suisse, Euler, qui inventa la notion de graphe.

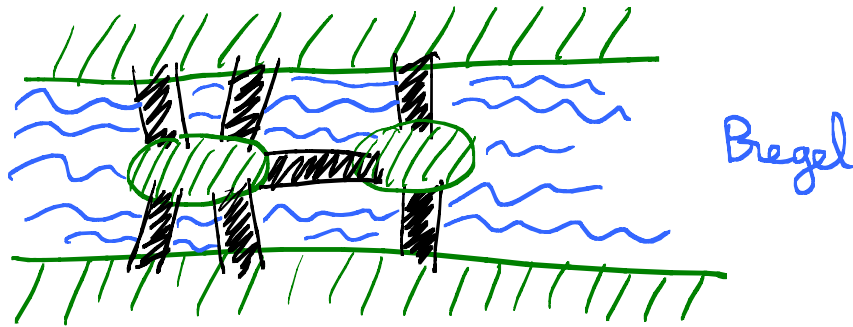
⚠ À ne pas confondre avec le graphe d'une fonction



Contexte:

Schéma de la ville de Königsberg (aujourd'hui Kaliningrad)

Un fleuve
2 îles
7 ponts

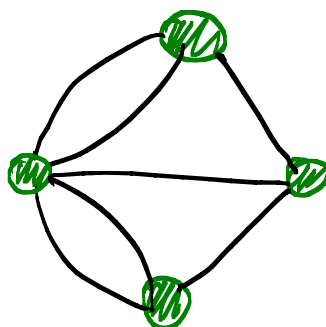


But du jeu pour la famille faisant sa balade digestive du dimanche : Faire une promenade où on traverse chaque pont une fois et une seule -

Comment résoudre ce problème? Cela semble impossible -

Euler modélise ce problème par un graphe.

bout de terre = "sommet" pont = "arête"

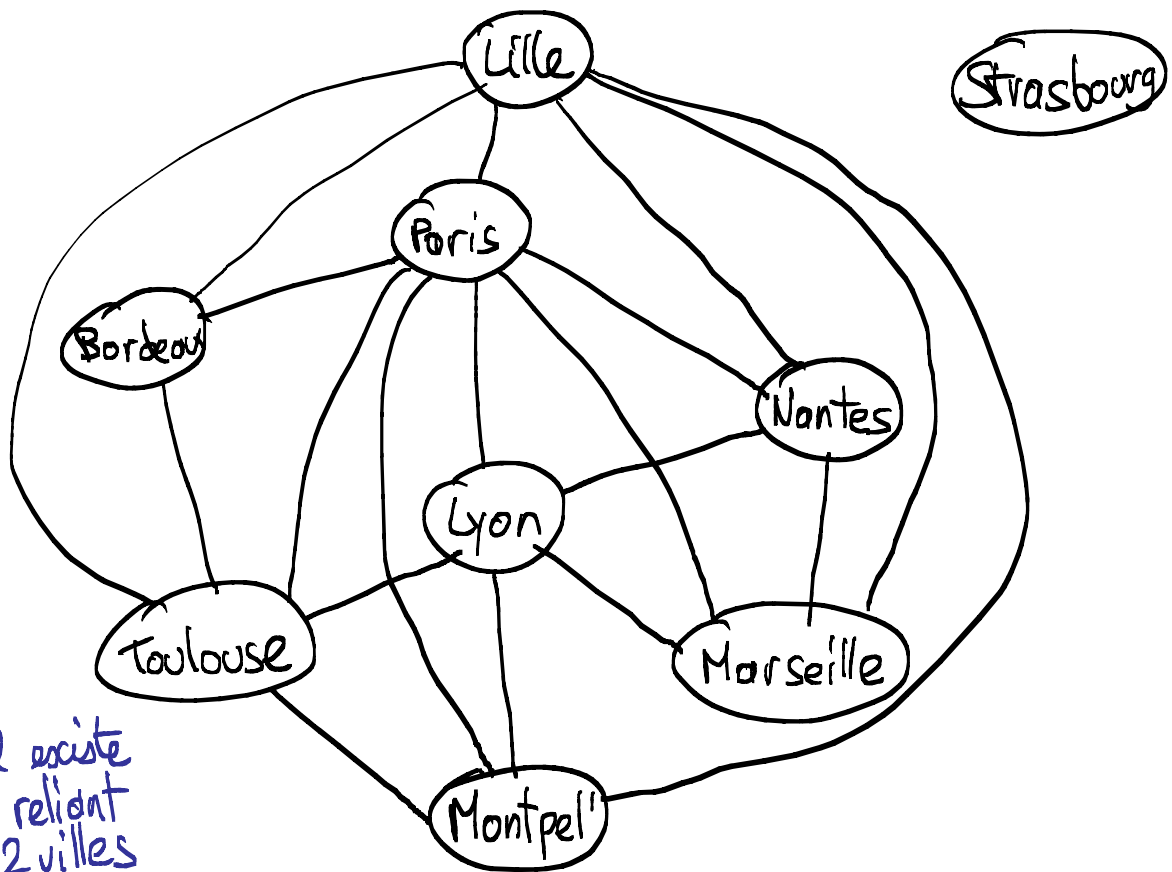


Nouveau but: "Parcourir" le graphe en empruntant chaque arête une fois et une seule

Définition de graphe: des sommets
+ des arêtes qui relient les sommets.

Exemple de graphes

- le réseau ferré TGV en France en 2005
TGV 2005 p 13



Sommet
= Ville

Arête = Il existe
en 2005 un TGV reliant
2 villes

→ la position des sommets n'a pas d'importance

→ le croisement d'arêtes n'a pas d'importance

→ il peut y avoir des sommets isolés

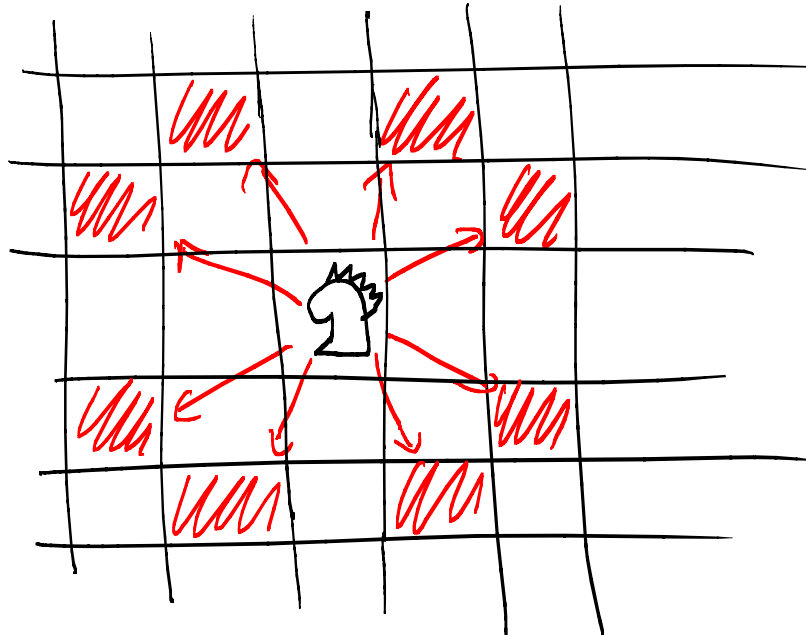
→ il peut y avoir des boucles

→ il peut y avoir des arêtes multiples entre 2 sommets



Autres exemples : - Facebook
- Internet
- ... ?

Problème du cavalier



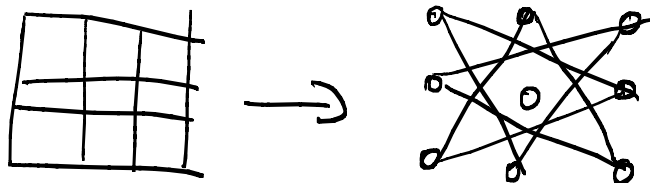
Le cavalier se déplace de deux cases dans une direction plus d'une case dans l'autre

But : le cavalier doit visiter l'ensemble de l'échiquier en passant par toutes les cases mais pas 2 fois par la même.

MODÉLISATION ↓

Sommets = cases

Deux cases sont reliées par une arête si le cavalier peut aller de l'une à l'autre

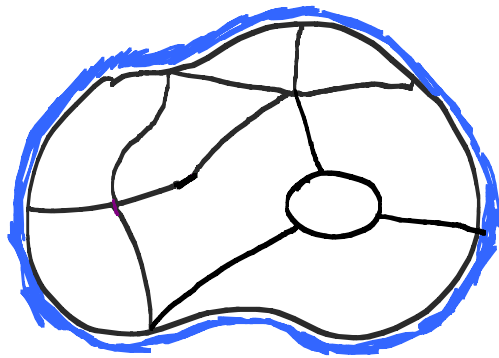


Nouveau but : Parcourir le graphe en passant par chaque sommet une fois et une seule.

→ Ressemble au premier problème, mais est bizarrement beaucoup plus complexe.

Théorème des quatre couleurs

On considère un continent découpé en états



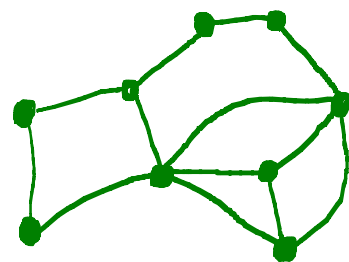
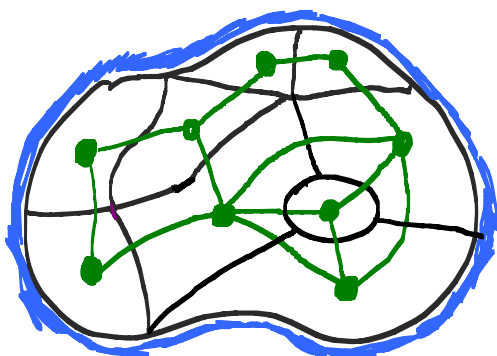
But: Colorier chaque pays de telle sorte que deux pays limitrophes (i.e. qui partagent une frontière) soient de couleurs différentes.

De plus, on veut utiliser le moins de couleurs possibles.

Comment modéliser ceci par un graphe?

pays = sommets

Deux sommets sont reliés par une arête si les pays correspondants sont limitrophes.



Problème transposé : Colorier les sommets d'un graphe de sorte que deux sommets voisins (i.e. reliés par une arête) soient de couleurs différentes avec le min de couleurs.



Théorème des quatre couleurs

Si les arêtes du graphe ne se croisent pas, on peut toujours colorier ce graphe de sorte qu'on ne puisse pas trouver deux pays limitrophes avec la même couleur.

Chose rigolote, on ne sait pas démontrer ce théorème facilement. À vrai dire, la seule preuve qui existe est une preuve informatique, une preuve faite par l'ordinateur qui vérifie des milliers de configurations \neq . Cette preuve reste contestée dans la mesure où un humain ne peut pas vérifier cette preuve.